

Die Masse der sichtbaren Materie

Julian Schwinger entwickelte bereits 1957 eine im wesentlichen richtige Theorie der Entstehung der Masse, die erst kürzlich mit dem Nachweis des von Schwinger postulierten σ -Mesons bestätigt wurde

Martin Schumacher

Die Masse elementarer Teilchen wird durch das Higgs-Boson vermittelt, das kürzlich mit einer Masse von 125.09 ± 0.24 GeV nachgewiesen wurde. Die im Nukleon enthaltenen Quarks besitzen elementare (Strom-)Massen von 5 MeV (up) und 9 MeV (down), die nur 2% zur Nukleonmasse beitragen. Ergänzt man den durch Schwingers σ -Meson vermittelten Beitrag, so erhält man die Konstituentenmassen 331 MeV (up) und 335 MeV (down), aus denen sich nach Abzug einer Bindungsenergie die Nukleonmassen ergeben [1].

Schwingers Theorie der Entstehung der Masse

Im Jahre 1957 stellte Julian Schwinger die Frage, warum Teilchen mit verschiedenen Massen existieren, obgleich von einem theoretischen Standpunkt aus eine Welt mit masselosen Teilchen viel einfacher, oder mit anderen Worten, viel symmetrischer wäre [2]. Schwinger war sich darüber im Klaren, dass diese Frage von fundamentaler Bedeutung ist. Deshalb gab er seiner Publikation den Titel "Eine Theorie fundamentaler Wechselwirkungen" und benutzte als *Abstract* ein Zitat Einsteins mit dem Wortlaut "Eine axiomatische Basis der theoretischen Physik kann nicht dem Experiment entnommen werden, sondern muss frei erfunden werden". Der Zweck der Arbeit war es, eine Beschreibung aller Teilchen im Rahmen einer quantisierten Feldtheorie zu liefern, die Gegenstand von Schwingers Forschung in den Jahren von 1951 bis 1954 gewesen war. In der Arbeit von 1957 betrachtet Schwinger das σ -Meson, das nach seiner Auffassung als viertes Teilchen den drei π -Mesonen zugeordnet ist. Die Entdeckung eines damals und bis vor wenigen Jahren unbekannten Teilchens machte Schwinger im Zusammenhang mit einer Theorie der π -Mesonen, die er als Isospintriplett auffasste. Der Isospin hat in Analogie zum Spin zunächst die Quantenzahl $I=1/2$, sodass man zwei Isospinvektoren braucht, um durch Zusammensetzung zum Isospin $I=1$ zu gelangen. In Analogie zum Spin liefert die Zusammensetzung der beiden Isospinvektoren aber nicht nur den Wert $I=1$ sondern zwangsläufig auch den Wert $I=0$. Diese Erkenntnis markiert die Geburtsstunde des ersten skalaren Teilchens, des σ -Mesons. Schwinger führte weiter aus, dass die Abwesenheit dieses Teilchens unter den beobachteten Teilchen nicht unbedingt bedeutet, dass es nicht existiert. Als skalares Teilchen mit einer vermuteten Masse größer als zwei π -Massen müsste das σ -Meson äußerst instabil sein, da es sich sehr schnell in zwei π -Mesonen umwandeln kann. Deshalb ist es nicht erstaunlich,

dass das σ -Meson 1957 nicht bekannt war und sich später so lange einer experimentellen Beobachtung entzogen hat.

Als eine erste Anwendung diskutierte Schwinger (1957) die Masse des μ -Leptons. Im Rahmen einer quantisierten Feldtheorie entspricht das σ -Meson einem σ -Feld ϕ_0 . Als Feld das skalar unter allen Operationen im dreidimensionalen Isospinraum und in Raum und Zeit ist, besitzt ϕ_0 einen nichtverschwindenden Vakuum-Erwartungswert $\langle\phi_0\rangle$. Dieser Vakuum-Erwartungswert hängt nach Schwingers Auffassung mit der Ursache der Entstehung der Masse aller Teilchen zusammen in einer Weise, dass die Masse proportional zu $g\langle\phi_0\rangle$ ist, worin g die Stärke der Kopplung beschreibt. Diese Argumentation hat auch heute noch Bestand. Allerdings ist im Falle des μ -Leptons nicht der Vakuum-Erwartungswert des σ -Feldes sondern der des Higgs-Feldes [3] die relevante Größe.

Aus heutiger Sicht führt Schwinger eine generische Beziehung zwischen der Masse m eines Teilchens und dem Vakuum-Erwartungswert eines skalaren Feldes ϕ_0 in der Form

$$m \propto g\langle\phi_0\rangle \quad (1)$$

ein, aus der sich die folgenden Beziehungen ergeben

$$m_l = g_{Hl} \frac{1}{\sqrt{2}} v, \quad (2)$$

$$m_q^0 = g_{Hqq} \frac{1}{\sqrt{2}} v, \quad (3)$$

$$m_q^{\text{cl}} = g_{\sigma qq} f_\pi^{\text{cl}}. \quad (4)$$

Gl. (2) und (3) setzen die Lepton- bzw. Current-Quark-Massen in Beziehung zum elektroschwachen Vakuum-Erwartungswert des Higgs-Feldes v und Gl. (4) die Konstituentenmasse der Quarks im chiralen Limes (cl), wo die Effekte des Higgs-Feldes als ausgeschaltet angenommen werden, in Beziehung zur π -Zerfallskonstante f_π^{cl} im chiralen Limes, die in diesem Falle den Vakuum-Erwartungswert des σ -Feldes repräsentiert. Hier wird berücksichtigt, dass die elementaren Teilchen ihre Massen durch Kopplung an das Higgs-Feld beziehen und die Konstituenten-Quarks ohne den Effekt des Higgs-Feldes durch Kopplung an das σ -Feld.

Spontane Symmetriebrechung lässt sich durch ein Sombbrero-Potential symbolisieren. Das bekannteste Beispiel ist der Übergang vom paramagnetischen zum ferromagnetischen Zustand einer Eisenprobe. Für ein skalares Feld beschreibt ein Schnitt entlang der x-Achse die Bildung eines Vakuum-Erwartungswertes v (Abb. 2). Das vollständige Sombbrero-Potential enthält ein kreisförmiges Potential-Minimum, das masselosen Goldstone-Bosonen zugeordnet werden kann. Für die starke Wechselwirkung sind die vorhergesagten Goldstone-Bosonen kein Problem, da sie sich mit den π -Mesonen identifizieren lassen, wohl aber für die elektroschwache Wechselwirkung, da hier keine entsprechenden Teilchen bekannt sind. Dieses Problem ist von Brout, Englert und Higgs gelöst worden und hat zur Entdeckung des Brout-Englert-Higgs-Mechanismus (BEH) geführt (Abb.2). Für diese Entdeckung erhielten Englert und Higgs 2013 den Nobelpreis für Physik.

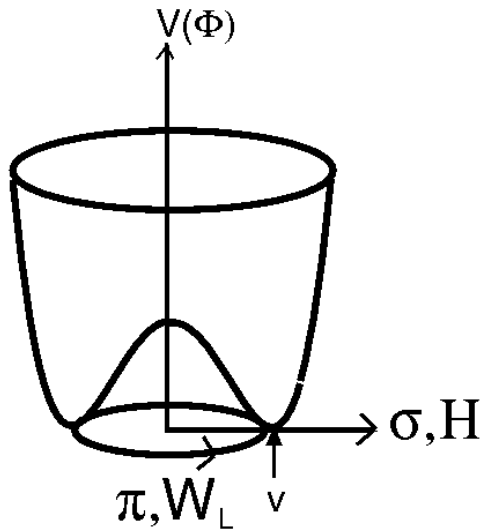


Abb. 2 Sombrierpotential des linearen σ -Modells [4] für das σ -Feld und das Higgs-Feld. Die Vakuum-Erwartungswerte v der beiden Felder sind durch das Minimum der Potentialkurve gegeben. Die Goldstone-Bosonen sind durch die ohne Higgs-Feld masselosen π -Mesonen und die Longitudinal-Komponenten der Vektor-Bosonen W_L gegeben. Nach Einschalten des Higgs-Feldes bekommt das π -Meson eine Masse, die sich als Produkt aus den Massen der Current-Quarks und dem Quark-Kondensat zusammensetzt. Die Longitudinal-Komponenten der Vektor-Bosonen werden durch den BEH-Mechanismus auf die zunächst masselosen Vektor-Bosonen übertragen, wobei diese ihre Masse erhalten.

Der Vakuum-Erwartungswert des Higgs-Feldes beträgt $v = 246$ GeV und der des σ -Feldes im chiralen Limes $f_\pi^{\text{cl}} = 89.8$ MeV, ein Wert, der nur um 3% kleiner als der experimentelle Wert $f_\pi = 92.42$ MeV ist. Für die Lepton-Higgs- und Quark-Higgs-Kopplungskonstanten g_{Hu} bez. g_{Hqq} gibt es bisher keine Theorie, aus der sie sich berechnen lassen. Für die Quark- σ -Kopplungskonstante $g_{\sigma qq}$ gibt es dagegen eine Möglichkeit der Berechnung, die allerdings nicht von dem oben dargestellten linearen σ -Modell [4], sondern von Nambus Modell des Quark-Kondensats [5] zur Verfügung gestellt wird.

Struktur des Nukleons bei verschiedener Auflösung

Wir beginnen mit einer Vorbemerkung zum Nambu-Modell. Die Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ der durch Gluonen vermittelten Wechselwirkung hängt von der räumlichen *Auflösung* ab, die durch die *Wellenlänge* $\hbar/Q$ gegeben ist [6]. Für eine schwache Kopplung ($\alpha_s \ll 1$) verhält sich der Dirac-See der Quarks genau so wie der Dirac-See der Elektronen. Man spricht von asymptotischer Freiheit. In tiefinelastischen Lepton-Streuprozessen lassen sich die Quarks und der zugehörige Dirac-See bei mittleren Werten der Kopplungskonstante beobachten und wir erhalten Verteilungsfunktionen der Valenz-Quarks, See-Quarks und Gluonen. In diesem Bereich kann man den Quarks eine von der *Auflösung* abhängige Masse $m(Q)$ zuordnen, die zwischen der Current-Quark- und der Konstituentenquark-Masse liegt [7]. In diesen Bereich gehören auch die Versuche, die Masse des Nukleons unter Zuhilfenahme des QCD-Lagrangians durch Computersimulation auf dem Gitter zu bestimmen [8]. Diese Versuche führten zu der Vorstellung, dass die Nukleonmasse ganz überwiegend durch Gluonen gegeben ist. Dies ist für eine hohe *Auflösung* eine richtige Aussage. Es muss aber hinzugefügt werden, dass eine hohe *Auflösung* nicht dem Grundzustand des Nukleons entspricht und deshalb keine realistische Beschreibung eines Nukleons als Kernbaustein ergibt.

Im Grundzustand des Nukleons nähert sich die Kopplungskonstante dem Wert $\alpha_s = 1$. Dies ist verbunden mit einem Phasenübergang, bei dem Konstituentenquarks größer

Masse und deren Antiteilchen entstehen. Die den drei Valenz-Quarks entsprechenden Konstituenten-Quarks setzen sich zum Nukleon zusammen. Die den See-Quarks entsprechenden Konstituenten-Quarks bilden ein Kondensat aus Quark-Antiquark-Paaren, die in einer alternativen Darstellung auch zu dem von Schwinger eingeführten σ -Meson

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \quad (5)$$

zusammengesetzt werden können, das Träger des σ -Feldes ist. Experimente zur Comptonstreuung und elastischen Elektronenstreuung am Nukleon geben Auskunft über die Struktur der Konstituentenquarks. Das Ergebnis ist, dass die Konstituentenquarks aus Mesonen bestehen, die an das Quark koppeln. Insbesondere sind dies die π -Mesonen und das σ -Meson.

Nambu Modell des Quark-Kondensats

Im Jahre 1961 veröffentlichten Nambu und Jona-Lasinio eine Theorie der Entstehung der Masse, für die Nambu 2008 den Nobelpreis für Physik erhielt [5]. Nambu ging in dieser Theorie von einer Analogie zur Supraleitung aus, die sich in eine Theorie des Quark-Kondensats übersetzen lässt.

Die Nambusche Theorie ist eine Theorie der Konstituentenquarks und beginnt mit einer Beschreibung der Wechselwirkung zwischen einem Valenz-Konstituentenquark und dem Quark-Kondensat. Die Stärke dieser Wechselwirkung ist wesentlich für die Masse, die die Konstituentenquarks als Ergebnis einer Stabilitätsbedingung (*gap equation*) erhalten.

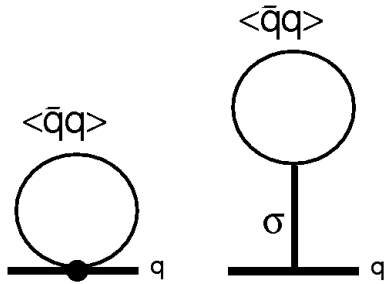


Abb. 3 Zusammenfassung zum Nambu–Jona-Lasinio-Modell. Beschrieben wird die Wechselwirkung eines Konstituentenquarks mit dem Quark-Kondensat, vermittelt durch eine Vier-Fermion-Wechselwirkung (linker Graph) und durch Austausch eines σ -Mesons (rechter Graph). Dieser Vorgang wird auch als dynamische Masseerzeugung bezeichnet.

In Abb. 3 zeigt der linke Graph die Wechselwirkung eines Konstituentenquarks mit dem Quark-Kondensat, vermittelt durch eine Vier-Fermion-Wechselwirkung mit der Kopplungskonstanten G , der rechte Graph die äquivalente Wechselwirkung vermittelt durch den Austausch eines σ -Mesons. Hier wird die Kopplungskonstante G durch einen Propagator $g^2/(m_\sigma^{\text{cl}})^2$ ersetzt, worin g Schwingers Proportionalitätskonstante $g_{\sigma qq}$ aus Gleichung (4) und m_σ^{cl} die Masse des σ -Mesons im chiralen Limes bedeuten. Der rechte Graph lässt in ähnlicher Form eine Darstellung der π -Zerfallskonstante zu. Dies führt zu der Beziehung

$$m_q^{\text{cl}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} f_\pi^{\text{cl}} \quad (6)$$

und zu der Konstituentenquark-Masse im chiralen Limes $m_q^{\text{cl}} = 326$ MeV. Hieraus ergeben sich durch Addition der Current-Quark-Massen $m_u^0 = 5$ MeV und $m_d^0 = 9$ MeV

die Konstituentenquark-Massen $m_u = 331$ MeV und $m_d = 335$ MeV. Diese Konstituenten-Quarks sind die Bausteine des Nukleons in einer ähnlichen Weise wie die Nukleonen Bausteine des Kerns sind. Aus den Konstituentenquark-Massen erhält man die Massen der Nukleonen nach Abzug der Bindungsenergien 19.6 MeV bzw. 20.5 MeV pro Konstituenten-Quark für das Proton und das Neutron. Der geringe Unterschied der Bindungsenergien entspricht der abgeschätzten Differenz der elektromagnetischen Beiträge. Hier liegt erneut eine Analogie zur Kernphysik vor, wo man die Bindungsenergie 2.57 MeV pro Nukleon für ${}^3_2\text{He}$ und 2.83 MeV pro Nukleon für ${}^3_1\text{H}$ vorfindet. Die Bindungsenergien der Konstituenten-Quarks im Nukleon sind um etwa den Faktor 7.4 größer als die Bindungsenergien der Nukleonen im Kern. Dies ist damit verträglich, dass im Nukleon die Abstände kleiner und restliche gluonische Anteile in der Wechselwirkung möglich sind [1,9].

Die oben abgeleiteten Massen der Konstituenten-Quarks sind nicht nur bei der Vorhersage der Massen der Nukleonen erfolgreich, sondern auch bei den Vorhersagen für die magnetischen Momente und die Polarisierbarkeiten [1,9].

Nachweis des σ -Mesons

Das σ -Meson war bis zur Mitte der 1990er Jahre ein hypothetisches Teilchen, da es nicht nachgewiesen worden war. Erste Hinweise ergaben sich über die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow \pi\pi$,

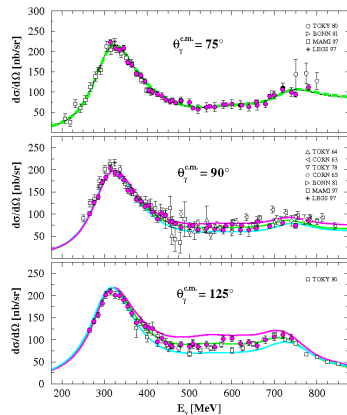


Abb. 4 Differentielle Wirkungsquerschnitte für Compton-Streuung am Proton bei den drei cm-Streuwinkeln 75° , 90° und 125° . Bei großen Winkeln und Energien im Bereich von 450 bis 700 MeV ist der differentielle Wirkungsquerschnitt durch den t -Kanal-Pol des σ -Mesons bestimmt. Führt man die Rechnung mit den Massen $m_\sigma = 400, 600$ und 800 MeV aus, so ergeben sich die drei in der Abbildung erkennbaren Kurven. Die Anpassung liefert eine σ -Masse von $m_\sigma = 600 \pm 70$ MeV [1,9].

in der das σ -Meson als kaum erkennbare breite Resonanz auftritt. Bei der Compton-Streuung am Proton erscheint das σ -Meson als t -Kanal-Austausch, der der Reaktionskette $\gamma\gamma \rightarrow \sigma \rightarrow N\bar{N}$ entspricht. Aus kinematischen Gründen hat das σ -Meson in dieser Reaktionskette nur die Zwei-Photon-Breite von 2.6 keV. Der Nachweis erfolgte in einem Compton-Streuexperiment am Proton, das am Elektronenbeschleuniger MAMI (Mainz) ausgeführt wurde und im Jahre 2001 publiziert wurde. Das experimentelle Ergebnis $m_\sigma = 600 \pm 70$ MeV ist in sehr guter Übereinstimmung mit dem aus dem Nambu-Modell folgenden Wert $m_\sigma = 666$ MeV. Damit kann das von Schwinger postulierte σ -Meson als nachgewiesen und somit Schwingers Theorie der Entstehung der Masse als bestätigt angesehen werden.

[1] Martin Schumacher, *Nambu's Nobel Prize, the σ meson and the mass of visible matter*, Ann. Phys. (Berlin) **526**, 215 (2014), arXiv:1403.7804[hep-ph]; RETROSPECT-Highlights from recent Annalen der Physik issues, Ann. Phys. (Berlin) **526**, A59 (2014).

- [2] Julian Schwinger, *A Theory of the fundamental interactions*, Annals of Physics: **2**, 407 (1957)
- [3] P.W. Higgs, *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*, Phys. Lett. **12**, 132 (1964); F. Englert and R. Brout, *Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons*, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964); P.W. Higgs, *Broken symmetries and the masses of gauge bosons*, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964); P.W. Higgs, *Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons* Phys. Rev. **145**, 1156 (1966).
- [4] M. Gell-Mann and M. Levy, *The axial vector current in beta decay*, Il Nuovo Cimento, **16**, 705 (1960).
- [5] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity I, II*, Physical Review **122**, 345 (1961); **124**, 246 (1961).
- [6] R.G. Roberts, *The structure of the proton*, CAMBRIDGE MONOGRAPHS ON MATHEMATICAL PHYSICS (1990).
- [7] H. D. Politzer, *Effective quark masses in the chiral limit*, Nuclear Physics, **B117**, 397 (1976).
- [8] L. Alvarez-Ruso, et al., *Nucleon mass and pion-nucleon sigma term from a chiral analysis of lattice QCD world data*, Phys. Rev. D **88**, 054507 (2013), arXiv:1304.0483 [hep-ph].
- [9] Martin Schumacher, *Mass generation via the Higgs boson and the quark condensate of the QCD vacuum*, PRAMANA - J. Phys. (2016) 87:44 , arXiv:1506.00410 [hep-ph].

Professor Dr. Martin Schumacher
 II Physikalisches Institut der Universität Göttingen
 Friedrich-Hund-Platz 1
 37077 Göttingen



Der Autor:

Professor Martin Schumacher (Universität Göttingen) arbeitete von 1964-1984 in Göttingen, Philadelphia (USA), Grenoble (Frankreich), Mol (Belgien), Jülich und Karlsruhe in den Bereichen Kernphysik, Atomphysik und Quantenelektrodynamik. Von 1984-2002 experimentierte er in Mainz, Bonn und Lund (Schweden) an Dauerstrich-Elektronenbeschleunigern. Ab 1990 führt er in Zusammenarbeit mit der russischen Akademie der Wissenschaften in Novosibirsk und Moskau und der Universität in Tucson (USA) theoretische Studien zur Compton-Streuung am Nukleon und zur Struktur des Nukleons aus. Herausragende Ergebnisse seiner Forschung sind der erste definitive Nachweis der Compton-Streuung am Coulomb-Feld schwerer Kerne (Delbrück-Streuung) im Jahre 1975 in Göttingen und der erste definitive Nachweis des σ -Mesons durch Compton-Streuung am Proton am MAMI (Mainz) im Jahre 2001.

Kurzfassung:

- Bausteine des Nukleons sind die Konstituenten-Quarks mit den Massen $m_u = 331$ MeV

und $m_d = 335 \text{ MeV}$. Durch Zusammensetzung dieser Massen ergeben sich die Nukleon-Massen nach Abzug eine Bindungsenergie von etwa 6% der Nukleonmasse.

- Die Massen der Konstituenten-Quarks entstehen zu 98% durch Vermittlung des σ -Mesons und zu 2% durch Vermittlung des Higgs-Bosons.
- Das σ -Meson wurde 2001 durch Compton-Streuung am Proton am MAMI (Mainz) nachgewiesen, das Higgs-Boson 2012 durch Proton-Proton-Kollisionen beim CERN in Genf.